

Écoulement diphasique en milieu poreux : modèle à non-équilibre local

François Petit^a, Florian Fichot^b, Michel Quintard^{c*}

^a LEPT-Ensam (UA CNRS), Esplanade des Arts-et-Métiers, 33405 Talence cedex, France

^b IPSN-DRS/Semar/Lecta CEA Cadarache, 13108 Saint-Paul-lez-Durance cedex, France

^c Institut de mécanique des fluides de Toulouse, allée du Professeur-Camille-Soula, 31400 Toulouse, France

(Reçu le 18 mars 1998, accepté le 3 décembre 1998)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Two-phase flow in porous media: local non-equilibrium model. The assumption of local thermal non-equilibrium that leads to a one-temperature macroscopic heat equation is often called into question. This is the case, for instance, when describing the water flooding of an overheated nuclear debris bed with an important heat source term in the solid phase. Using a technique of volume averaging as described in Carbonell and Whitaker (1984), Zanotti and Carbonell (1984), Quintard and Whitaker (1993), and Quintard et al. (1996), we obtain, starting with the pore-scale equations and under some constraints, a three-equation or three-temperature macroscopic model for describing heat transfer in a porous medium subject to a two-phase flow. Effective properties can be calculated from several local closure problems which are given in the paper. These closure problems are solved in the case of simple unit cells. © Elsevier, Paris.

porous media / three equation model / thermal local non-equilibrium / effective properties

Résumé — Les hypothèses d'équilibre thermique local conduisant à un modèle macroscopique ne contenant qu'une température sont souvent remises en cause, par exemple lors de la description de l'injection d'eau dans un milieu poreux surchauffé, siège d'un terme source de chaleur important dans la phase solide. Par une technique de prise de moyenne des équations à l'échelle du pore, en suivant la démarche de Carbonell et Whitaker (1984), Zanotti et Carbonell (1984), Quintard et Whitaker (1993) et Quintard et al. (1996), nous obtenons, sous certaines conditions, un modèle macroscopique à trois équations, i.e., trois températures, pour décrire les transferts de chaleur dans un milieu poreux parcouru par un écoulement diphasique. Le calcul des propriétés effectives peut être effectué à partir de plusieurs problèmes locaux qui sont explicités. Ceux-ci sont résolus dans le cas de cellules unitaires simples. © Elsevier, Paris.

milieux poreux / modèle à trois équations / non-équilibre thermique local / propriétés effectives

Nomenclature

A_{lg}	aire de l'interface liquide-gaz.....	m^2
c_p	capacité calorifique massique.....	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
v	vitesse à l'échelle du pore.....	$m \cdot s^{-1}$
V	volume de prise de moyenne.....	m^3
\mathbf{n}	vecteur unitaire de l'interface	
ℓ	longueur caractéristique.....	m
H	longueur caractéristique.....	m
$\langle T_\alpha \rangle^\alpha$	température moyenne intrinsèque pour la phase α	K
T	température.....	K

\tilde{T}	déviante de température.....	K
\mathbf{K}	tenseur de conductivité thermique.....	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
h	coefficient de transfert thermique.....	$W \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$

Symboles grecs

ε	fraction volumique	
ρ	masse volumique.....	$kg \cdot m^{-3}$
γ	indiatrice de phase	
λ	conductivité thermique.....	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Indices

s	solide
l	liquide
g	gaz
lg	liquide-gaz
ls	liquide-solide
sg	solide-gaz

* Correspondance et tirés à part.
 quintard@imft.fr

Cet article fait suite à une communication présentée par les auteurs aux 8^{es} JITH qui se sont tenues à Marseille du 7 au 10 juillet 1997.



1. INTRODUCTION

La description habituelle à l'échelle macroscopique du transfert de chaleur dans un milieu poreux fait appel à l'hypothèse d'équilibre local, qui permet de remplacer le système multiphasique par un milieu continu équivalent, caractérisé par une température macroscopique unique. Cependant, dans des circonstances extrêmes, cette hypothèse peut s'avérer trop contraignante. Des modèles à non-équilibre local, caractérisés par des équations macroscopiques pour chaque phase, appelés également modèles à plusieurs températures, ont été proposés. On trouvera dans [1] une analyse bibliographique de ce problème dans le cas d'un écoulement monophasique au sein du milieu poreux. Le cas d'un écoulement diphasique, donc d'un système à trois phases, a été peu abordé d'un point de vue théorique. Cependant, de nombreuses applications extrêmes, notamment dans le génie nucléaire, avec les problèmes de sûreté, font appel à ce concept de modèle à plusieurs températures. Une abondante littérature, relativement récente, existe dans ce domaine [2-15] ; les modèles proposés sont cependant obtenus de manière heuristique. L'objectif de ce travail est d'aborder ces modèles de manière théorique à partir de techniques de changement d'échelle. Pour une première approche, on ne considérera pas de mécanismes de changement de phase.

On s'intéresse à la description des phénomènes de transfert de chaleur dans le milieu poreux représenté sur la *figure 1*. Nous avons supposé pour l'illustration une phase liquide et une phase gaz au sein des pores, mais il peut s'agir en réalité de deux phases quelconques. Par une technique de prise de moyenne, suivant la démarche de Carbonell et Whitaker [16], de Zanotti et Carbonell [17], de Quintard et Whitaker [18, 19] et de Quintard et al. [1], on obtient, sous certaines conditions, un modèle à trois équations pour décrire les transferts de chaleur dans le milieu poreux parcouru par un écoulement diphasique. Les propriétés effectives sont calculées dans le cas d'une cellule 1D simple.

2. MODÈLE MACROSCOPIQUE ET PROPRIÉTÉS EFFECTIVES

Les équations de départ sont les équations de conservation de la masse et de la chaleur, écrites à l'échelle du pore. Nous supposons que la masse volumique et la viscosité des fluides sont indépendantes de la température. On ne s'intéressera pas ici à la résolution de la structure de l'écoulement et des champs de vitesse, qui seront supposés connus. Cependant, il est important de comprendre comment ce problème est résolu dans la littérature, de façon à utiliser pour le traitement de la partie transfert de chaleur des hypothèses cohérentes. On trouvera dans la référence [20] une présentation détaillée du problème et de la

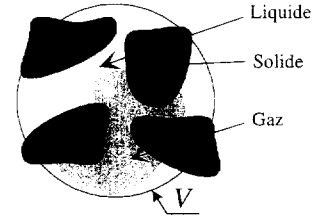


Figure 1. Système triphasique homogène.
Figure 1. Three-phase homogeneous system.

littérature afférente. De manière classique, on adopte l'hypothèse de quasi-staticité, qui permet de négliger l'impact de la vitesse de l'interface dans le problème de changement d'échelle. Cette hypothèse conduit à un modèle de Darcy généralisé avec des termes croisés, dans lequel la relation de pression capillaire entre les pressions macroscopiques des deux fluides est fonction de la saturation. Les perméabilités multiphasiques dans ce modèle sont déterminées par des problèmes locaux, dans lesquels l'interface quasi statique est stationnaire. Il nous paraît légitime d'adopter dans un premier temps la même approximation pour le changement d'échelle associé au transfert de chaleur. Il est clair que des modélisations encore plus complexes seraient nécessaires si ces hypothèses ne s'avéraient pas acceptables. Dans ce contexte, les équations à l'échelle du pore sont écrites ci-dessous :

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T_s) \quad (1)$$

$$\rho_l c_{pl} \frac{\partial T_l}{\partial t} + \rho_l c_{pl} \nabla \cdot (\mathbf{v}_l T_l) = \nabla \cdot (\lambda_l \nabla T_l) \quad (2)$$

$$\rho_g c_{pg} \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g c_{pg} \nabla \cdot (\mathbf{v}_g T_g) = \nabla \cdot (\lambda_g \nabla T_g) \quad (3)$$

Elles sont complétées par les conditions aux limites sur les interfaces entre les différentes phases, par exemple :

$$T_l = T_s ; \quad \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla T_l = \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_s \nabla T_s \quad (4)$$

sur l'interface liquide-gaz.

Le développement suivant est identique pour les trois phases, au terme de convection près dans le cas de la phase solide. Les températures à l'échelle du pore, par exemple la température pour la phase l, notée T_l , sont recherchées en utilisant la décomposition suivante [21] :

$$T_l = \gamma_l \langle T_l \rangle^l + \tilde{T}_l \quad (5)$$

où $\langle T_l \rangle^l$ est la température moyenne intrinsèque pour la phase liquide, γ_l l'indicatrice de phase, et \tilde{T}_l la déviation de température. Une simple définition d'une grandeur moyenne pour la phase α peut être proposée sous la forme :

$$\langle T_\alpha \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_\alpha} T_\alpha dV = \varepsilon_\alpha \langle T_\alpha \rangle^\alpha$$

avec
$$\varepsilon_\alpha = \langle \gamma_\alpha \rangle = \frac{V_\alpha}{V} \quad (6)$$

Le remplacement des trois températures par les décompositions introduites dans l'équation (5) nécessite de compléter le problème par trois équations supplémentaires, avec les conditions aux limites associées. L'algorithme de résolution du problème est le suivant [1, 22] :

– le problème à l'échelle du pore est écrit avec les décompositions du type de celles de l'équation (5) ;

– trois équations supplémentaires sont obtenues à partir de la prise de moyenne des équations à l'échelle du pore ;

– une approximation du problème couplé, constitué par les équations à l'échelle du pore et les équations moyennes, est obtenue sous la forme d'une représentation des déviations en fonction de termes sources «grandeurs moyennes» intervenant dans le problème (on s'appuiera pour cela sur les résultats obtenus dans le cas du modèle à deux équations [1, 22]) ; cette représentation est indiquée dans les équations (10) à (12) ; ces représentations font intervenir des champs vectoriels et des scalaires qui obéissent à des problèmes aux limites, dits problèmes de «fermeture», qui réalisent justement l'approximation du problème couplé désirée ;

– l'introduction de ces représentations dans les équations moyennes permet d'obtenir trois équations macroscopiques ne faisant intervenir que des grandeurs moyennes ; dans ces équations, on trouve des coefficients de transport «effectifs», qui sont déterminés par la solution des problèmes de «fermeture» évoqués plus haut.

En suivant les références citées ci-dessus, la moyenne des équations à l'échelle du pore permet d'écrire, ici pour la phase l :

$$\begin{aligned} & \varepsilon_l \rho_l c_{pl} \frac{\partial \langle T_l \rangle^l}{\partial t} + \varepsilon_l \rho_l c_{pl} \langle \mathbf{v}_l \rangle^l \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \rho_l c_{pl} \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \tilde{T}_l \rangle^l \right) \\ & = \nabla \cdot \left\{ \lambda_l \varepsilon_l \nabla \langle T_l \rangle^l + \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \tilde{T}_l dA + \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \tilde{T}_l dA \right\} \\ & - \lambda_l \nabla \cdot \varepsilon_l \nabla \langle T_l \rangle^l + \lambda_l \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \nabla \tilde{T}_l dA + \lambda_l \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \nabla \tilde{T}_l dA \end{aligned} \quad (7)$$

dans laquelle $A_{\alpha\beta}$ représente l'interface entre les phases α et β , au sein du volume de prise de moyenne. Pour obtenir une forme purement macroscopique de cette équation, il est nécessaire d'obtenir une expression pour la déviation de température.

L'équation déterminant cette déviation est obtenue en injectant la décomposition spatiale de la température (équation (2)) dans l'équation à l'échelle du pore (équation (5)) et en retranchant l'équation (7) ; on obtient :

$$\begin{aligned} & \rho_l c_{pl} \frac{\partial \tilde{T}_l}{\partial t} + \rho_l c_{pl} \tilde{\mathbf{v}}_l \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \rho_l c_{pl} \langle T_l \rangle^l \nabla \cdot \langle \mathbf{v}_l \rangle^l \\ & + \rho_l c_{pl} \mathbf{v}_l \cdot \nabla \tilde{T}_l - \rho_l c_{pl} \varepsilon_l^{-1} \nabla \cdot \left(\varepsilon_l \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \tilde{T}_l \rangle^l \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = + \nabla \cdot \left(\lambda_l \nabla \tilde{T}_l \right) - \lambda_l \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \nabla \tilde{T}_l dA \\ & - \lambda_l \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \nabla \tilde{T}_l dA \end{aligned} \quad (8)$$

En faisant certaines hypothèses de séparation des échelles d'espace et de temps entre l'échelle microscopique et l'échelle macroscopique qui sont discutées dans les références [1, 16–19], cette dernière équation peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} & \rho_l c_{pl} \tilde{\mathbf{v}}_l \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \rho_l c_{pl} \mathbf{v}_l \cdot \nabla \tilde{T}_l - \rho_l c_{pl} \varepsilon_l^{-1} \nabla \cdot \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \tilde{T}_l \rangle \\ & = + \nabla \cdot \left(\lambda_l \nabla \tilde{T}_l \right) - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla \tilde{T}_l dA \\ & - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla \tilde{T}_l dA \end{aligned} \quad (9)$$

On a donc à résoudre un système d'équations couplées comprenant les équations (7) et (9), ainsi que les équations similaires pour les phases s et g. En suivant la littérature citée précédemment, nous pouvons proposer une représentation des déviations de température en fonction des gradients de température moyenne et des sauts de température moyenne, de la forme :

$$\begin{aligned} \tilde{T}_l & = \mathbf{b}_{ls} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \mathbf{b}_{ll} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{b}_{lg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\ & - s_{lg} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) - s_{ls} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) - s_{lgs} (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_g & = \mathbf{b}_{gs} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \mathbf{b}_{gl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{b}_{gg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\ & - s_{gl} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) - s_{gs} (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) - s_{gls} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}_s & = \mathbf{b}_{ss} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s + \mathbf{b}_{sl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{b}_{sg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\ & - s_{sl} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) - s_{sg} (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) - s_{slg} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) \end{aligned} \quad (12)$$

Les grandeurs permettant de représenter les déviations en fonction des grandeurs moyennes obéissent à six problèmes indépendants, qui sont obtenus en annulant dans les équations à l'échelle du pore les contributions des termes sources macroscopiques : $\nabla \langle T_s \rangle^s$, $\nabla \langle T_l \rangle^l$, $\nabla \langle T_g \rangle^g$, $(\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g)$, $(\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s)$, et $(\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s)$. Ces problèmes sont explicités dans l'annexe A.

Équations macroscopiques

Nous nous référons à la littérature existante [1, 22, 23] pour les problèmes rencontrés lors de ce développement et une discussion des conditions de validité. En partant de l'équation moyenne pour la phase l, et en remplaçant

la déviation de température par son expression dans l'équation (10), on obtient les équations macroscopiques suivantes :

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon_s \rho_s c_{ps} \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{sgl} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g)) \\
 & - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{sl} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s)) - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{sg} (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s)) \\
 & - \mathbf{u}_{sl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l - \mathbf{u}_{sg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g - \mathbf{u}_{ss} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s \\
 & = \nabla (\mathbf{K}_{sl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{K}_{sg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g + \mathbf{K}_{ss} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s) \\
 & - (h_{lgs} + h_{ls}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) - (h_{gs} + h_{gls}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) \\
 & + (h_{sl} + h_{sg}) (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon_l \rho_l c_{pl} \frac{\partial \langle T_l \rangle^l}{\partial t} + \varepsilon_l \rho_l c_{pl} \langle v_l \rangle^l \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l \\
 & - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{lg} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g)) - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{ls} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s)) \\
 & - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{lgs} (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s)) - \mathbf{u}_{ll} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l - \mathbf{u}_{lg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\
 & - \mathbf{u}_{ls} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s \\
 & = \nabla (\mathbf{K}_{ll} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{K}_{lg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\
 & + \mathbf{K}_{ls} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s) + (h_{lg} + h_{ls}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) \\
 & + (h_{gl} - h_{gl}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) + (h_{sgl} + h_{sl}) (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon_g \rho_g c_{pg} \frac{\partial \langle T_g \rangle^g}{\partial t} + \varepsilon_g \rho_g c_{pg} \langle v_g \rangle^g \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\
 & - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{gl} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g)) - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{gs} (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s)) \\
 & - \nabla \cdot (\mathbf{d}_{gs} (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s)) - \mathbf{u}_{gl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l - \mathbf{u}_{gg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\
 & - \mathbf{u}_{gs} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s \\
 & = \nabla (\mathbf{K}_{gl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{K}_{gg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \\
 & + \mathbf{K}_{gs} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s) + (h_{lgs} - h_{lg}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) \\
 & + (h_{gl} + h_{gs}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) + (h_{sgl} - h_{sg}) (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \quad (15)
 \end{aligned}$$

Les différents coefficients effectifs dépendent des champs scalaires et vectoriels intervenant dans les représentations des déviations. Ils sont donnés dans l'annexe B.

Ces équations généralisent à 3 phases (solide, et écoulement diphasique) les modèles à deux températures utilisés couramment. L'écriture des termes d'échange, faisant intervenir les différences entre les températures moyennes, précise la contribution de chaque interface, ce qui n'apparaît pas dans les modèles heuristiques de la littérature. Enfin, l'expression des divers coefficients effectifs est directement reliée à la physique, et donc aux caractéristiques à l'échelle du pore. Ceci permet une compréhension plus profonde de la nature du modèle macroscopique obtenu. De nombreuses indications dans ce sens ont été produites dans le cas d'un modèle à deux équations [1, 16, 17, 22]. La résolution des problèmes de «fermeture» dans le cas du modèle à trois équations représente un travail considérable, qui dépasse l'objectif

théorique de ce travail. Toutefois, des développements numériques sont en cours dans cette voie. Dans ce travail, on se bornera à donner quelques indications sur le modèle à trois équations, à partir de solutions des problèmes de fermeture sur des cellules unitaires très simples, monodimensionnelles.

Avant de commenter plus avant les résultats obtenus, il est nécessaire d'évoquer les limites des approximations proposées. On se reportera aux travaux concernant les modèles à deux équations pour une discussion complète sur ce problème [1, 16, 17, 22]. Toutefois, il est important de noter que l'approximation proposée représente une approximation au premier ordre en termes d'écart entre températures moyennes. Des approximations d'ordre plus élevé ont été proposées dans le cas à deux températures [24]. L'obtention de résultats analogues dans le cas à 3 phases est sans doute possible. Dans l'immédiat, compte tenu du peu de recul quant aux résultats dans ce domaine, il est encore trop tôt pour proposer une complexité supplémentaire.

3. DISCUSSION ET SIMPLIFICATION

Nous avons obtenu 3 équations de conservation de l'énergie, dans lesquelles les propriétés effectives peuvent être estimées en fonction des *caractéristiques à l'échelle du pore*, en résolvant les problèmes de fermetures I à VI (annexe A). Un exemple de résultat obtenu en suivant cette voie sera donné au paragraphe suivant. Compte tenu de l'expérience acquise quant aux modèles à 2 équations [18, 22], il est en général possible de simplifier les 3 équations proposées de la manière suivante (mais il est bien entendu nécessaire de vérifier que l'approximation utilisée est correcte dans un cas précis).

Nous avons constaté que, dans le cas à deux phases (fluide, solide), et pour des problèmes macroscopiques 1D, une bonne approximation du comportement des équations macroscopiques pouvait être obtenue si, d'une part, les termes «convectifs» additionnels étaient supprimés et si, d'autre part, les termes de dispersion thermique étaient regroupés sous la forme d'un terme unique pour chaque équation. Par exemple, on aurait, pour la phase gaz :

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{K}_{gl} \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l + \mathbf{K}_{gg} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g + \mathbf{K}_{gs} \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s \\
 & \approx \underbrace{(\mathbf{K}_{gl} + \mathbf{K}_{gg} + \mathbf{K}_{gs})}_{\mathbf{K}_g^*} \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g \quad (16)
 \end{aligned}$$

Nous obtenons alors le système de trois équations suivant :

$$\begin{aligned}
 & \varepsilon_s \rho_s c_{ps} \frac{\partial \langle T_s \rangle^s}{\partial t} \\
 & = \nabla \cdot (\mathbf{K}_s^* \cdot \nabla \langle T_s \rangle^s) \\
 & - (h_{lgs} + h_{ls}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) - (h_{gs} + h_{gls}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) \\
 & + (h_{sl} + h_{sg}) (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_l \rho_l c_{pl} \frac{\partial \langle T_l \rangle^l}{\partial t} + \varepsilon_l \rho_l c_{pl} \langle \mathbf{v}_l \rangle^l \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l \\ &= \nabla \cdot (\mathbf{K}_l^* \cdot \nabla \langle T_l \rangle^l) \\ &+ (h_{lg} + h_{ls}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) + (h_{gl} - h_{gl}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) \\ &+ (h_{sgl} + h_{sl}) (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \varepsilon_g \rho_g c_{pg} \frac{\partial \langle T_g \rangle^g}{\partial t} + \varepsilon_g \rho_g c_{pg} \langle \mathbf{v}_g \rangle^g \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g = \nabla \cdot (\mathbf{K}_g^* \cdot \nabla \langle T_g \rangle^g) \\ &+ (h_{lg} - h_{lg}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g) + (h_{gl} + h_{gs}) (\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s) \\ &+ (h_{sgl} - h_{sg}) (\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s) \end{aligned} \quad (19)$$

Par ailleurs, on peut obtenir à partir de ce modèle, bien évidemment, un modèle à équilibre local, en écrivant formellement :

$$\langle T_l \rangle^l = \langle T_g \rangle^g = \langle T_s \rangle^s = \langle T \rangle \quad (20)$$

La somme des équations moyennes s'écrit alors

$$\begin{aligned} & (\rho c_p)^* \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial t} + (\varepsilon_l \rho_l c_{pl} \langle \mathbf{v}_l \rangle^l + \varepsilon_g \rho_g c_{pg} \langle \mathbf{v}_g \rangle^g) \cdot \nabla \langle T \rangle \\ &= \nabla \cdot (\mathbf{K}_{\text{eff}}^* \cdot \nabla \langle T \rangle) \end{aligned} \quad (21)$$

où les coefficients effectifs sont donnés par :

$$(\rho c_p)^* = \varepsilon_l \rho_l c_{pl} + \varepsilon_g \rho_g c_{pg} + \varepsilon_s \rho_s c_{ps} \quad (22)$$

$$\mathbf{K}_{\text{eff}}^* = \mathbf{K}_l^* + \mathbf{K}_g^* + \mathbf{K}_s^* \quad (23)$$

On notera que ces équations sont obtenues sans introduire de conditions supplémentaires sur les coefficients des termes d'échange entre phases : h_{lg} , h_{gs} , etc., présents dans les équations macroscopiques. Ceci représente un résultat intéressant de cette contribution théorique, par rapport aux modèles proposés dans la littérature, qui nécessitent l'écriture de conditions supplémentaires liant les coefficients. On notera également que les propriétés effectives sont entièrement déterminées dans ces équations à partir des six problèmes

locaux évoqués ci-dessus et présentés dans l'annexe A. Ces propriétés effectives, de manière analogue aux résultats obtenus dans le cas à deux températures, prennent en compte les aspects diffusion et tortuosité, dispersion thermique, et explicitent les termes d'échange entre phases.

La résolution de ces problèmes est complexe, mais abordable en suivant les méthodologies employées dans le cas à deux températures [1]. Des travaux sont en cours dans cette direction. Dans ce travail, on présente des solutions dans le cas de cellules unitaires monodimensionnelles, représentatives du milieu poreux.

4. UN CAS SIMPLE DE CELLULE 1D

Les six problèmes de fermeture décrits précédemment peuvent être résolus de façon analytique dans le cas de cellules simples, comme celles de la figure 2. Un exemple de résolution dans le cas à deux équations est donné dans [22]. Nous utiliserons la même méthodologie pour traiter le cas à trois températures. Nous utiliserons la relation suivante pour exprimer les coefficients d'échange :

$$H = \ell_s + \ell_l + \ell_g \quad (24)$$

où les dimensions caractéristiques sont définies sur la figure 2.

L'étude de cellules simples est un outil théorique important pour la compréhension des phénomènes mais, bien entendu, les résultats doivent être utilisés avec circonspection pour modéliser un milieu poreux réel. De façon à illustrer l'utilisation des développements théoriques présentés, on traite dans cette partie le calcul des coefficients d'échange thermique.

Dans notre cas particulier, les variables de fermeture ne dépendent pas de la variable x . En conséquence, les termes de convection ne jouent aucun rôle dans les problèmes IV, V et VI. Ceci entraîne que les coefficients d'échange thermique ne dépendent pas de

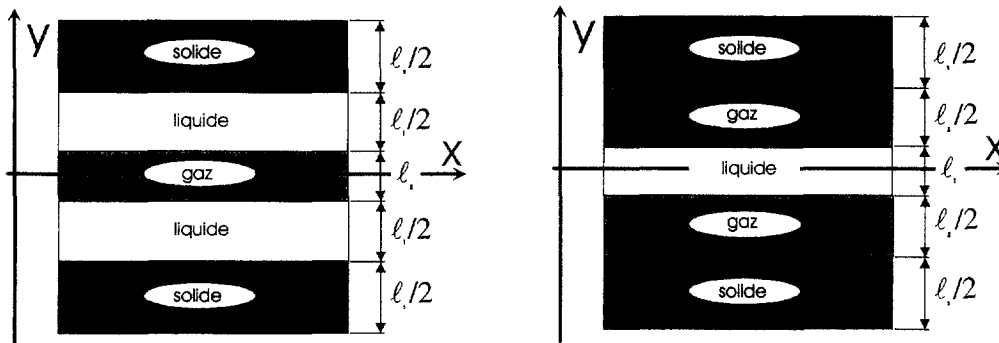


Figure 2. Exemple de cellule unitaire stratifiée. a : cas SLG. b : cas SGL.

Figure 2. Example of a stratified unit cell. a: case SLG. b: case SGL.

la vitesse dans ce cas. Par contre, un terme source lié à la vitesse existe dans les problèmes I à III, la solution de ceux-ci montrant alors que les coefficients de dispersion thermique dépendent du carré de la vitesse moyenne, mettant ainsi en évidence un comportement de dispersion de type Taylor [25].

Nous allons rapidement décrire le principe de résolution des problèmes de fermeture. Les solutions sont obtenues de manière analytique. Les équations dans chaque phase sont des équations différentielles du second ordre, que l'on peut intégrer facilement. Un certain nombre de constantes sont alors à déterminer à l'aide des équations complémentaires, qui sont : huit équations correspondant aux conditions aux limites, trois équations de moyenne nulle et enfin une équation de périodicité. Nous obtenons alors les valeurs suivantes des coefficients d'échange.

$$\begin{aligned} \frac{H^2 h_{lg}}{\lambda_l} &= \frac{48 \lambda_g (\varepsilon_l \lambda_s + \varepsilon_s \lambda_l)}{3 \lambda_s \lambda_g \varepsilon_l^2 + 4 \lambda_s \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_g + 4 \lambda_g \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_s + 4 \lambda_l^2 \varepsilon_s \varepsilon_g} \\ \frac{H^2 h_{ls}}{\lambda_l} &= \frac{24 \lambda_g \lambda_s \varepsilon_l}{3 \lambda_s \lambda_g \varepsilon_l^2 + 4 \lambda_s \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_g + 4 \lambda_g \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_s + 4 \lambda_l^2 \varepsilon_s \varepsilon_g} \\ \frac{h^2 h_{gls}}{\lambda_l} &= \frac{48 \lambda_s (\varepsilon_l \lambda_g + \varepsilon_g \lambda_l)}{3 \lambda_s \lambda_g \varepsilon_l^2 + 4 \lambda_s \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_g + 4 \lambda_g \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_s + 4 \lambda_l^2 \varepsilon_s \varepsilon_g} \\ \frac{H^2 h_{gl}}{\lambda_l} &= \frac{-24 \lambda_g \lambda_s \varepsilon_l}{3 \lambda_s \lambda_g \varepsilon_l^2 + 4 \lambda_s \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_g + 4 \lambda_g \lambda_l \varepsilon_l \varepsilon_s + 4 \lambda_l^2 \varepsilon_s \varepsilon_g} \end{aligned} \quad (25)$$

Tous les autres coefficients d'échange thermique sont nuls. Ceci est dû à la géométrie particulière de notre cellule unitaire.

Notre objectif n'est pas de proposer une étude complète, paramétrée, du comportement des divers coefficients. On se bornera, à partir d'un exemple, à exposer l'utilisation que l'on peut faire de ces résultats. La *figure 3* représente les valeurs de quelques coefficients en fonction de la saturation, pour des répartitions différentes, à fraction volumique constante, des deux phases remplissant les pores. Un examen comparatif de ces deux figures montre que les valeurs des coefficients ne dépendent pas uniquement de la *saturation*, mais que la *géométrie de répartition des phases* est susceptible de jouer un rôle important. Ce point essentiel montre que les corrélations utilisées dans la littérature, dans lesquelles la répartition des phases est représentée uniquement par la valeur de la saturation, doivent être utilisées avec prudence. Nous avons par exemple en vue l'utilisation de ces modèles dans le cas des modélisations destinées à la sûreté nucléaire. Dans ce contexte (lits

de débris de réacteurs nucléaires), les trois phases considérées sont le solide, l'eau et sa vapeur. La phase mouillante peut être l'eau, s'il n'y a pas de mécanismes d'ébullition intense ; sinon, un film de vapeur s'intercale entre le solide et le liquide. Selon nos résultats, les corrélations en fonction de la saturation devraient être très différentes entre ces deux cas, ce qui n'est pas habituellement réalisé dans la littérature. L'intérêt des études théoriques concernant ces problèmes complexes se trouve ici illustré.

5. CONCLUSION

Si nous supposons le problème du transfert thermique découplé du problème de conservation de la quantité

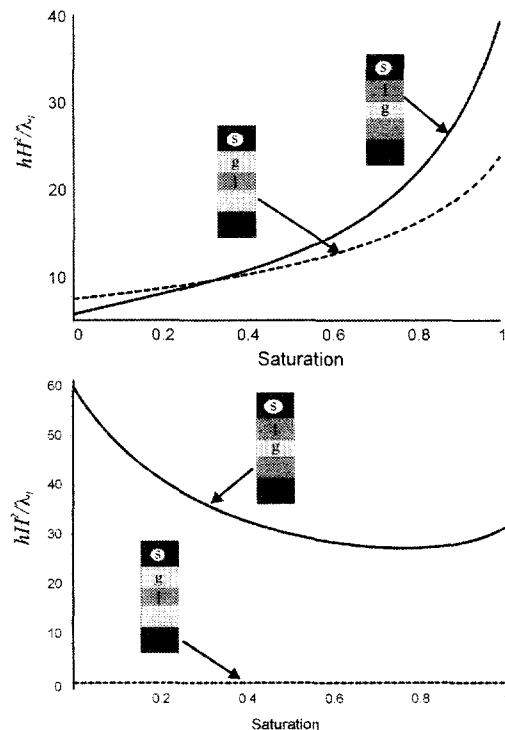


Figure 3. a. Courbes représentant le coefficient d'échange liquide-gaz dans la phase liquide, en fonction de la saturation en liquide, pour deux distributions des phases. Les coefficients sont adimensionnés par λ_l/H^2 ; on a $\varepsilon = 0,5$, $\lambda_g/\lambda_l = 0,25$ et $\lambda_s/\lambda_l = 2,5$. **b.** Courbes représentant le coefficient d'échange liquide-solide dans la phase liquide, en fonction de la saturation en liquide, pour deux distributions des phases. Les coefficients sont adimensionnés par λ_l/H^2 ; on a $\varepsilon = 0,5$, $\lambda_g/\lambda_l = 0,25$ et $\lambda_s/\lambda_l = 2,5$.

Figure 3. a. Liquid-gas volume heat exchange coefficient for the liquid as a function of the liquid saturation, for two different phase distributions ($\varepsilon = 0.5$, $\lambda_g/\lambda_l = 0.25$, $\lambda_s/\lambda_l = 2.5$). **b.** Liquid-solid volume heat exchange coefficient for the liquid as a function of the liquid saturation, for two different phase distributions ($\varepsilon = 0.5$, $\lambda_g/\lambda_l = 0.25$, $\lambda_s/\lambda_l = 2.5$).

de mouvement, il est possible d'écrire, sous certaines hypothèses classiques, un modèle à trois températures. Le calcul des propriétés effectives est donné dans le cas d'une cellule simple. Le développement de ces calculs pour des cellules plus complexes est en cours, pour quantifier de manière plus précise l'influence de tous les paramètres.

Remerciements

Ce travail a été réalisé avec le soutien de l'IPSN et de la DSIN (ministère de l'Industrie).

RÉFÉRENCES

- [1] Quintard M., Kaviany M., Whitaker S., Two medium treatment of heat transfer in porous media Numerical results for effective properties, *Adv. Water Resour.* 20 (2-3) (1997) 1-43.
- [2] Hardee H.C., Nilson R.H., Natural convection in porous media with heat generation, *Nucl. Sci. Eng.* 63 (1977) 119-132.
- [3] Udell K.S., Fitch J.S., Heat and mass transfer in capillary porous media considering evaporation, condensation and non condensable gas effect, in : 23th Nat. Heat. Trans., ASME, 1985, pp. 103-110.
- [4] Udell K.S., Heat transfer in porous media considering phase change and capillarity, the heat pipe effect, *Int. J. Heat Mass Tran.* 28 (2) (1985) 485-495.
- [5] Thyagaraja A., Fletcher D.F., Buoyancy driven, transient, two dimensional thermo hydrodynamics of a melt water steam mixture, *Comput. Fluids* 16 (1988) 59-80.
- [6] Ramesh P.S., Torrance K.E., Stability of boiling in porous media, *Int. J. Heat Mass Tran* 33 (9) (1990) 1895-1908.
- [7] Schroeder-Richter D., Bartsch G., The Leindenfrost phenomenon caused by a thermo-mechanical effect of transition boiling. A revisited problem of non-equilibrium thermodynamics, *American Society of Mechanical Engineers* 136 (1990) 13-20.
- [8] Amarasooriya W.H., Theofanous T.G., Premixing of steam explosions a three fluid model, *Nucl. Eng. Des.* 126 (1) (1991) 23-39.
- [9] Medhekar S., Abolfadl M., Theofanous T.G., Triggering and propagation of steam explosions, *Nucl. Eng. Des.* 126 (1) (1991) 41-49.
- [10] Angelini S., Yuen W.W., Theofanous T.G., Premixing related behavior of steam explosions, *NUREG/CP* 127 (1994) 99-133.
- [11] Berthoud G., Valette M., Development of a multidimensional model for the premixing phase of a fuel-coolant interaction, *Nucl. Eng. Des.* 149 (1994) 409-418.
- [12] Yao G.F., Ghiaasiaan S.M., Numerical modeling of condensing two phase flows, *Numer. Heat Tr. B-Fund.* 30 (1996) 137-159.
- [13] Bang K.H., Park I.G., Park G.C., Tracer II. A complete computational model for mixing and propagation of vapor explosions, in : *Specialized Meeting on Fuel Coolant Interactions*, 1997, pp. 1-13.
- [14] Khoruzhii O., Likhanskii V., Loboiko A., Investigation of effect of a spatial inhomogeneity on the vapor liquid flow dynamics in heat generation porous medium, in : *National Heat Transfer Conference*, 1997, pp. 1-11.
- [15] Fletcher D.F., Thyagaraja A., A mathematical model of premixing, in : *Heat Transfer Conference 3*, 1988, pp. 184-190.
- [16] Carbonell R.G., Whitaker S., Heat and mass transfer in porous media, in : Bear J., Corapcioglu M.Y. (éds), *Fundamentals of transport phenomena in porous media*, Netherlands Martinus Nijhoff Publishers, 1984, pp. 121-199.
- [17] Zanotti F., Carbonell R.G., Development of transport equations for multiphase systems, *Chem. Eng. Sci.* 39 (1984) 263-278.
- [18] Quintard M., Whitaker S., Local thermal equilibrium for transient heat conduction theory and comparison with numerical experiments, *Int. J. Heat Mass Tran.* 38 (15) (1995) 2779-2796.
- [19] Quintard M., Diffusion in isotropic and anisotropic porous systems three-dimensional calculation, *Transport Porous Med.* 11 (1993) 187-199.
- [20] Lasseux D., Quintard M., Whitaker S., Determination of permeability tensors for two-phase flow in homogeneous porous media theory, *Transport Porous Med.* 24 (1996) 107-137.
- [21] Gray W.G., A derivation of the equations for multiphase transport, *Chem. Eng. Sci.* 3 (1975) 229-233.
- [22] Quintard M., Whitaker S., One and two equation models for transient diffusion processes in two phase systems, *Advances in Heat Transfer* 23 (1993) 369-464.
- [23] Quintard M., Whitaker S., Transport in chemically and mechanically heterogeneous porous media, *Adv. Water Resour.* 19 (1) (1996) 49-60.
- [24] Moyné C., Two-equation model for a diffusive process in porous media using the volume averaging method with an unsteady state closure, *Adv. Water Resour.* 20 (2-3) (1996) 63-76.
- [25] Taylor G, Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube, *Proc. Roy. Soc. London* 219 (1953) 186-203.

ANNEXE A

Problèmes locaux définissant la représentation des déviations en température

Les problèmes I, II et III correspondent à la représentation en termes des gradients de $\langle T_l \rangle^l$, $\langle T_s \rangle^s$, et $\langle T_g \rangle^g$, respectivement.

Problème I

Ph. Sol.

$$0 = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla b_{sl})$$

$$-\frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sg}} \mathbf{n}_{sg} \cdot \lambda_s \nabla b_{sl} dA - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sl}} \mathbf{n}_{sl} \cdot \lambda_s \nabla b_{sl} dA \quad (1a)$$

CL1 L-S

$$b_{sl} = b_{ll} \quad (1b)$$

CL2 L-S

$$\mathbf{n}_{s1} \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{s1}) = \mathbf{n}_{s1} \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1}) + \mathbf{n}_{s1} \lambda_l \quad (1c)$$

Ph. Liq

$$\begin{aligned} \rho_l c_{pl} \mathbf{v}_1 + \rho_l c_{pl} \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \mathbf{b}_{l1} &= \nabla \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1}) \\ - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1} dA - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1} dA & \quad (1d) \end{aligned}$$

CL1 G-S

$$\mathbf{b}_{s1} = \mathbf{b}_{g1} \quad (1e)$$

CL2 G-S

$$\mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{s1}) = \mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{g1}) \quad (1f)$$

Ph. Gaz

$$\begin{aligned} \rho_g c_{pg} \mathbf{v}_g \cdot \nabla \mathbf{b}_{g1} &= \nabla \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{g1}) \\ - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gs}} \mathbf{n}_{gs} \cdot \lambda_g \nabla \mathbf{b}_{g1} dA - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{g1}} \mathbf{n}_{g1} \cdot \lambda_g \nabla \mathbf{b}_{g1} dA & \quad (1g) \end{aligned}$$

CL1 G-L

$$\mathbf{b}_{l1} = \mathbf{b}_{g1} \quad (1h)$$

CL2 G-L

$$\mathbf{n}_{g1} \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{g1}) = \mathbf{n}_{g1} \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1}) + \mathbf{n}_{g1} \lambda_l \quad (1i)$$

CL Per S2

$$\mathbf{b}_{ls}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{ls}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (1j)$$

CL Per L2

$$\mathbf{b}_{ll}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{ll}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (1j)$$

CL Per G2

$$\mathbf{b}_{lg}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{lg}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (1j)$$

$$\langle \mathbf{b}_{ls} \rangle^s = 0 ; \langle \mathbf{b}_{ll} \rangle^l = 0 ; \langle \mathbf{b}_{lg} \rangle^g = 0 \quad (1k)$$

Problème II

Ph. sol.

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{sg}) \\ - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sg}} \mathbf{n}_{sg} \cdot \lambda_s \nabla \mathbf{b}_{sg} dA - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{s1}} \mathbf{n}_{s1} \cdot \lambda_s \nabla \mathbf{b}_{sg} dA & \quad (2a) \end{aligned}$$

CL1 L-S

$$\mathbf{b}_{sg} = \mathbf{b}_{lg} \quad (2b)$$

CL2 L-S

$$\mathbf{n}_{s1} \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{sg}) = \mathbf{n}_{s1} \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{lg}) \quad (2c)$$

Ph. liq.

$$\begin{aligned} \rho_l c_{pl} \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \mathbf{b}_{l1} &= \nabla \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1}) \\ - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1} dA - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1} dA & \quad (2d) \end{aligned}$$

CL1 G-S

$$\mathbf{b}_{sg} = \mathbf{b}_{gg} \quad (2e)$$

CL2 G-S

$$\mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{sg}) = \mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gg}) + \mathbf{n}_{sg} \lambda_g \quad (2f)$$

Ph. gaz

$$\begin{aligned} \rho_g c_{pg} \tilde{\mathbf{v}}_g + \rho_g c_{pg} \mathbf{v}_g \cdot \nabla \mathbf{b}_{gg} &= \nabla \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gg}) \\ - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gs}} \mathbf{n}_{gs} \cdot \lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gg} dA - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{g1}} \mathbf{n}_{g1} \cdot \lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gg} dA & \quad (2g) \end{aligned}$$

CL1 G-L

$$\mathbf{b}_{gg} = \mathbf{b}_{lg} \quad (2h)$$

CL2 G-L

$$\mathbf{n}_{lg} \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{lg}) = \mathbf{n}_{lg} \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gg}) + \mathbf{n}_{lg} \lambda_g \quad (2i)$$

CL Per S3

$$\mathbf{b}_{gs}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{gs}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (2j)$$

CL Per L3

$$\mathbf{b}_{gl}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{gl}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (2j)$$

CL Per G3

$$\mathbf{b}_{gg}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{gg}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (2j)$$

$$\langle \mathbf{b}_{sg} \rangle^s = 0 ; \langle \mathbf{b}_{lg} \rangle^l = 0 ; \langle \mathbf{b}_{gg} \rangle^g = 0 \quad (2k)$$

Problème III

Ph. sol.

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{ss}) \\ - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sg}} \mathbf{n}_{sg} \cdot \lambda_s \nabla \mathbf{b}_{ss} dA - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{s1}} \mathbf{n}_{s1} \cdot \lambda_s \nabla \mathbf{b}_{ss} dA & \quad (3a) \end{aligned}$$

CL1 L-S

$$\mathbf{b}_{ss} = \mathbf{b}_{ls} \quad (3b)$$

CL2 L-S

$$\mathbf{n}_{s1} \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{ss}) + \mathbf{n}_{s1} \lambda_s = \mathbf{n}_{s1} \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{ls}) \quad (3c)$$

Ph. liq.

$$\begin{aligned} \rho_l c_{pl} \mathbf{v}_1 \cdot \nabla \mathbf{b}_{l1} &= \nabla \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1}) \\ - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1} dA - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla \mathbf{b}_{l1} dA & \quad (3d) \end{aligned}$$

CL1 G-S

$$\mathbf{b}_{ss} = \mathbf{b}_{gs} \quad (3e)$$

CL2 G-S

$$\mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_s \nabla \mathbf{b}_{ss}) + \mathbf{n}_{sg} \lambda_s = \mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gs}) \quad (3f)$$

EC-G

$$\begin{aligned} \rho_g c_{pg} \mathbf{v}_g \cdot \nabla \mathbf{b}_{gs} &= \nabla \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gs}) \\ - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gs}} \mathbf{n}_{gs} \cdot \lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gs} dA - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{g1}} \mathbf{n}_{g1} \cdot \lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gs} dA & \quad (3g) \end{aligned}$$

CL1 G-L

$$\mathbf{b}_{ls} = \mathbf{b}_{gs} \quad (3h)$$

CL2 G-L

$$\mathbf{n}_{gl} \cdot (\lambda_g \nabla \mathbf{b}_{gs}) = \mathbf{n}_{gl} \cdot (\lambda_l \nabla \mathbf{b}_{ls}) \quad (3i)$$

CL Per S1

$$\mathbf{b}_{ss}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{ss}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (3j)$$

CL Per L1

$$\mathbf{b}_{sl}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{sl}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (3j)$$

CL Per G1

$$\mathbf{b}_{sg}(\mathbf{r}) = \mathbf{b}_{sg}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (3j)$$

$$\langle \mathbf{b}_{ss} \rangle^s = 0 ; \langle \mathbf{b}_{sl} \rangle^l = 0 ; \langle \mathbf{b}_{sg} \rangle^g = 0 \quad (3k)$$

Les problèmes IV, V et VI sont associés aux termes «sources» $(\langle T_l \rangle^l - \langle T_g \rangle^g)$, $(\langle T_l \rangle^l - \langle T_s \rangle^s)$ et $(\langle T_g \rangle^g - \langle T_s \rangle^s)$. On remarquera que ces problèmes définissent directement les coefficients d'échange entre phases présents dans les équations macroscopiques.

Problème IV

Ph. sol.

$$0 = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla s_{slg})$$

$$-\frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sg}} \mathbf{n}_{sg} \cdot \lambda_s \nabla s_{slg} dA - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sl}} \mathbf{n}_{sl} \cdot \lambda_s \nabla s_{slg} dA \quad (4a)$$

CL1 L-S

$$s_{slg} = s_{lg} \quad (4b)$$

CL2 L-S

$$\mathbf{n}_{sl} \cdot (\lambda_s \nabla s_{slg}) = \mathbf{n}_{sl} \cdot (\lambda_l \nabla s_{lg}) \quad (4c)$$

Ph. liq.

$$\rho_l c_{pl} \mathbf{v}_l \cdot \nabla s_{lg} = \nabla \cdot (\lambda_l \nabla s_{lg})$$

$$-\frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla s_{lg} dA - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla s_{lg} dA \quad (4d)$$

CL1 G-S

$$s_{gl} = s_{slg} \quad (4e)$$

CL2 G-S

$$\mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_s \nabla s_{slg}) = \mathbf{n}_{sg} \cdot (\lambda_g \nabla s_{gl}) \quad (4f)$$

Ph. gaz

$$\rho_g c_{pg} \mathbf{v}_g \cdot \nabla s_{gl} = \nabla \cdot (\lambda_g \nabla s_{gl})$$

$$-\frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gs}} \mathbf{n}_{gs} \cdot \lambda_g \nabla s_{gl} dA - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_{gl} \cdot \lambda_g \nabla s_{gl} dA \quad (4g)$$

CL1 G-L

$$s_{lg} = s_{gl} + 1 \quad (4h)$$

CL2 G-L

$$\mathbf{n}_{lg} \cdot (\lambda_l \nabla s_{lg}) = \mathbf{n}_{lg} \cdot (\lambda_g \nabla s_{gl}) \quad (4i)$$

CL Per S4

$$s_{lg}(\mathbf{r}) = s_{lg}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (4j)$$

CL Per L4

$$s_{gl}(\mathbf{r}) = s_{gl}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (4j)$$

CL Per G4

$$s_{slg}(\mathbf{r}) = s_{slg}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (4j)$$

$$\langle s_{slg} \rangle^s = 0 ; \langle s_{lg} \rangle^l = 0 ; \langle s_{gl} \rangle^g = 0 \quad (4k)$$

Problème V

Ph. sol.

$$0 = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla s_{sl})$$

$$-\frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sg}} \mathbf{n}_{sg} \cdot \lambda_s \nabla s_{sl} dA - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sl}} \mathbf{n}_{sl} \cdot \lambda_s \nabla s_{sl} dA \quad (5a)$$

CL1 L-S

$$s_{ls} = s_{sl} + 1 \quad (5b)$$

CL2 L-S

$$\mathbf{n}_{ls} \cdot (\lambda_l \nabla s_{ls}) = \mathbf{n}_{ls} \cdot (\lambda_s \nabla s_{sl}) \quad (5c)$$

Ph. liq.

$$\rho_l c_{pl} \mathbf{v}_l \cdot \nabla s_{ls} = \nabla \cdot (\lambda_l \nabla s_{ls})$$

$$-\frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla s_{ls} dA - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla s_{ls} dA \quad (5d)$$

CL1 G-S

$$s_{gls} = s_{sl} \quad (5e)$$

CL2 G-S

$$\mathbf{n}_{gs} \cdot (\lambda_g \nabla s_{gls}) = \mathbf{n}_{gs} \cdot (\lambda_s \nabla s_{sl}) \quad (5f)$$

Ph. gaz

$$\rho_g c_{pg} \mathbf{v}_g \cdot \nabla s_{gls} = \nabla \cdot (\lambda_g \nabla s_{gls})$$

$$-\frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gs}} \mathbf{n}_{gs} \cdot \lambda_g \nabla s_{gls} dA - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_{gl} \cdot \lambda_g \nabla s_{gls} dA \quad (5g)$$

CL1 G-L

$$s_{gls} = s_{ls} \quad (5h)$$

CL2 G-L

$$\mathbf{n}_{gl} \cdot (\lambda_g \nabla s_{gls}) = \mathbf{n}_{gl} \cdot (\lambda_l \nabla s_{ls}) \quad (5i)$$

CL Per S5

$$s_{ls}(\mathbf{r}) = s_{ls}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (5j)$$

CL Per L5

$$s_{sl}(\mathbf{r}) = s_{sl}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (5j)$$

CL Per G5

$$s_{gls}(\mathbf{r}) = s_{gls}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (5j)$$

$$\langle s_{sl} \rangle^s = 0 ; \langle s_{ls} \rangle^l = 0 ; \langle s_{gls} \rangle^g = 0 \quad (5k)$$

Problème VI

Ph. sol.

$$0 = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla s_{sg}) - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sg}} \mathbf{n}_{sg} \cdot \lambda_s \nabla s_{sg} dA - \frac{\varepsilon_s^{-1}}{V} \int_{A_{sl}} \mathbf{n}_{sl} \cdot \lambda_s \nabla s_{sg} dA \quad (6a)$$

CL1 L-S

$$s_{lgs} = s_{sg} \quad (6b)$$

CL2 L-S

$$\mathbf{n}_{ls} \cdot (\lambda_l \nabla s_{lgs}) = \mathbf{n}_{ls} \cdot (\lambda_s \nabla s_{sg}) \quad (6c)$$

Ph. liq.

$$\rho_l c_{pl} \mathbf{v}_l \cdot \nabla s_{lgs} = \nabla \cdot (\lambda_l \nabla s_{lgs}) - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \lambda_l \nabla s_{lgs} dA - \frac{\varepsilon_l^{-1}}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \lambda_l \nabla s_{lgs} dA \quad (6d)$$

CL1 G-S

$$s_{gs} = s_{sg} + 1 \quad (6e)$$

CL2 G-S

$$\mathbf{n}_{gs} \cdot (\lambda_g \nabla s_{gs}) = \mathbf{n}_{gs} \cdot (\lambda_s \nabla s_{sg}) \quad (6f)$$

Ph. gaz

$$\rho_g c_{pg} \mathbf{v}_g \cdot \nabla s_{gs} = \nabla \cdot (\lambda_g \nabla s_{gs}) - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gs}} \mathbf{n}_{gs} \cdot \lambda_g \nabla s_{gs} dA - \frac{\varepsilon_g^{-1}}{V} \int_{A_{gl}} \mathbf{n}_{gl} \cdot \lambda_g \nabla s_{gs} dA \quad (6g)$$

CL1 G-L

$$s_{lgs} = s_{gs} \quad (6h)$$

CL2 G-L

$$\mathbf{n}_{lg} \cdot (\lambda_l \nabla s_{lgs}) = \mathbf{n}_{lg} \cdot (\lambda_g \nabla s_{gs}) \quad (6i)$$

CL Per S6

$$s_{sg}(\mathbf{r}) = s_{sg}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (6j)$$

CL Per L6

$$s_{gs}(\mathbf{r}) = s_{gs}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (6j)$$

CL Per G6

$$s_{lgs}(\mathbf{r}) = s_{lgs}(\mathbf{r} + \mathbf{l}_i) \quad (6j)$$

$$\langle s_{sg} \rangle^s = 0 ; \langle s_{lgs} \rangle^l = 0 ; \langle s_{gs} \rangle^g = 0 \quad (6k)$$

ANNEXE B

Définitions des propriétés « effectives »

On trouvera ci-dessous l'expression des coefficients effectifs correspondant à l'équation pour la phase l.

$$\mathbf{d}_{lg} = \rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l s_{lgs} \rangle - \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l s_{lgs} dA - \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l s_{lgs} dA$$

$$\mathbf{d}_{ls} = \rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l s_{ls} \rangle - \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l s_{ls} dA - \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l s_{ls} dA$$

$$\mathbf{d}_{lgs} = \rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l s_{lgs} \rangle - \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l s_{lgs} dA - \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l s_{lgs} dA \quad (1a)$$

$$\mathbf{K}_{ll} = \varepsilon_l \lambda_l \mathbf{I} - \rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \mathbf{b}_{ll} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l \mathbf{b}_{ll} dA + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l \mathbf{b}_{ll} dA$$

$$\mathbf{K}_{lg} = -\rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \mathbf{b}_{lg} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l \mathbf{b}_{lg} dA + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l \mathbf{b}_{lg} dA$$

$$\mathbf{K}_{ls} = -\rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \mathbf{b}_{ls} \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l \mathbf{b}_{ls} dA + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l \mathbf{b}_{ls} dA \quad (1b)$$

$$\mathbf{u}_{ll} = \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \nabla \mathbf{b}_{ll} dA + \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \nabla \mathbf{b}_{ll} dA$$

$$\mathbf{u}_{lg} = \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \nabla \mathbf{b}_{lg} dA + \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \nabla \mathbf{b}_{lg} dA$$

$$\mathbf{u}_{ls} = \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \cdot \nabla \mathbf{b}_{ls} dA + \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \cdot \nabla \mathbf{b}_{ls} dA \quad (1c)$$

$$h_{lg} + h_{ls} = -\frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \nabla s_{lg} dA - \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \nabla s_{lg} dA$$

$$h_{gl} - h_{gl} = -\frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \nabla s_{ls} dA - \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \nabla s_{ls} dA$$

$$-h_{sgl} - h_{sl} = -\frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \nabla s_{lgs} dA - \frac{\lambda_l}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \nabla s_{lgs} dA \quad (1d)$$

Les coefficients pour les autres phases sont obtenus par permutation des indices. On notera que ces coefficients possèdent les propriétés suivantes :

- les termes du type

$$+ \frac{1}{V} \int_{A_{lg}} \mathbf{n}_{lg} \lambda_l \mathbf{b}_{ll} dA + \frac{1}{V} \int_{A_{ls}} \mathbf{n}_{ls} \lambda_l \mathbf{b}_{ll} dA$$

prennent en considération la tortuosité du milieu poreux et des phases considérées ;

- les termes du type $\rho_l c_{pl} \langle \tilde{\mathbf{v}}_l \mathbf{b}_l \rangle$ correspondent à des mécanismes de dispersion thermique.

Abridged English Version

Two-phase flow in porous media : local non-equilibrium model

Assuming local thermal equilibrium, it is possible to obtain a macroscopic description of heat transfer in a multiphase system in terms of a single equivalent medium, i.e., a single equation for the average temperature. However, it has been emphasized that under extreme conditions, such an assumption fails to be valid. To overcome this difficulty, two-equations models have been proposed in the literature (see [1] for a review). The case of a two-phase flow in a porous medium has received less attention from a theoretical point of view. However, three-equation models have been proposed, for instance in the nuclear industry in the case of debris bed cooling [2–10, 12]. Unfortunately, the proposed models are obtained heuristically. The objective of this paper is to explore the introduction of such models from the point of view of an up-scaling technique with the pore-scale equations as a starting point to obtain the macroscopic equations. In this paper, we limit our investigation to the case without phase change.

The problem under consideration is illustrated in *figure 1*. We follow [1, 16–19] to obtain the macroscopic equations, in which the effective properties are given by a set of 6 closure problems. These problems are solved for simple, 1D unit cells.

We start with the pore-scale equations (equations (1)–(3)), and the appropriate boundary conditions. An approximate solution is obtained in terms of averaged temperatures, and deviations, as defined in equation (4). Averaged equations (see equation (5) for the l -phase) and governing equations for the deviations (see equation (7) for the l -phase) have to

be solved simultaneously. An approximate solution of this problem is obtained through the representation of temperature deviations given in equations (8)–(10). The mapping vectors and scalars found in these equations are the solution of 6 closure problems that are given in Appendix A. From the averaged equations and these representations, we obtain the macroscopic equations given in equations (11)–(13). These equations feature advection, dispersion, and exchange terms. The associated effective coefficients are given in Appendix B.

A simplified form of the macroscopic equations is proposed in equations (15)–(17).

The proposed closure problems can be solved following ideas put forward in [2]. In this work, we give results for the simple, 1D unit cells represented in *figure 2*. The dispersion tensors show a square dependence with the averaged velocity, which is characteristic of Taylor's dispersion [25]. The heat exchange coefficients are given in equation (19), and some results are plotted in *figures 3a* and *b*. These results show a significant difference between the values of the exchange coefficients for the two unit cells at the *same saturation*. This is a clear indication that the correlations found in the literature must be used cautiously, because they incorporate the effect of the phase repartition through a dependence with saturation only.

In conclusion, a three-equation model has been proposed, and the effective properties have been calculated in the case of simple 1D unit cells. The theory allows a thorough discussion of the influence of all relevant parameters.

